



TITLE:

カルマン渦列の崩壊と再配列のメカニズムについての一考察(流体方程式の解の空間的構造)

AUTHOR(S):

船越, 満明; 鳥谷, 隆; 星野, スマ子

CITATION:

船越, 満明 ...[et al]. カルマン渦列の崩壊と再配列のメカニズムについての一考察(流体方程式の解の空間的構造). 数理解析研究所講究録 1991, 739: 18-31

ISSUE DATE:

1991-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/102082>

RIGHT:

カルマン渦列の崩壊と再配列のメカニズムについての一考察

九大応力研 船越満明 (Mitsuaki Funakoshi)

九大応力研 烏谷 隆 (Takashi Karasudani)

九大応力研 星野スマ子 (Sumako Hoshino)

1. 序

この報告においては、可視化実験の映像の画像解析によって調べた円柱後流のカルマン渦列の崩壊と再配列の現象に関して、そのメカニズムについての考察を述べる。

円柱後流においては、円柱の速さと直径を用いて作ったレイノルズ数 R が大体 $40 \sim 150$ 程度のときに、カルマン渦列が形成され、しかもつねに層流状態である、ということが実験的にわかっている^{1), 2)}。そしてこのカルマン渦列の安定性や時間発展については多くの研究がある。まず、Kármán は渦糸モデルで近似した互い違い型渦列系に対して安定性解析を行ない、渦列間の距離 h と隣り合う同符号の渦糸間の距離 a の比 h/a が 0.281 のときのみ安定であることを示した³⁾。

一方、Taneda²⁾ は、アルミ粉法を用いて円柱後流の挙動を

調べ、 $50 < R < 150$ のとき、カルマン渦列は安定ではなく、いったん崩壊したあと、より大きい波長の二次カルマン渦列があらわれることを示した。そして、最初のカルマン渦列と二次カルマン渦列の渦列方向の波長をそれぞれ λ_1 , λ_2 としたとき、 λ_2 / λ_1 が $1.8 \sim 3.6$ 程度であり、かつ、この値は R が小さいほど大きい、ということを示した。

本研究では、まず円柱後流の可視化実験のビデオ画像から、画像処理による解析システムを使って速度や渦度の分布を比較的能率よく求めた。さらに、この方法を用いてカルマン渦列の崩壊・再配列のときの渦領域の挙動を調べ、それがどのように解釈しうるかについて考察を試みた。

実験においては、静止流体中で円柱を速さ U_0 で動かした。ビデオカメラは最初に円柱の充分前方に置いておき、速さ U_1 で同方向に動かした。一般に $U_0 > U_1$ とするので円柱が画面上を通りすぎたあとは、ビデオ画像の画面の中心位置と円柱後端の距離 L は時間とともに増大する。実験方法の詳細、及び実験のビデオ画像から速度場・渦度場を求める手法については文献 4 で説明してあるので、ここでは省略する。

2. カルマン渦列の崩壊と再配列

本研究では円柱の直径 d と円柱の速さ U_0 、動粘性係数 ν から $R = U_0 d / \nu$ により定義したレイノルズ数 R が 106 と

140 の場合を調べた。渦度の空間分布が L とともにどのように変化していくかを図 1 ($R = 140$)、図 2 ($R = 106$) に示した。ここで、 x は円柱後端から測った主流方向の座標であり、 y はそれに直角な方向の座標 (円柱位置が $y = 0$) である。また図 1 では $U_1 = 0$ 、図 2 では $U_1 = 0.2 U_0$ である。これらの図において、実線、破線はそれぞれ正、負の等渦度線を示す。ここで注意すべきことは、等高線を書く渦度の値は各画面での渦度の最大絶対値の ± 0.9 倍, ± 0.8 倍, \dots , ± 0.2 倍としたので L によって異なる、ということである。また、矢印は各渦領域の対応をあらわしている。とくに図 2 では U_1 を適当な値にすることにより同一渦領域が長時間にわたって画面内にあるようにしている。これらの図からわかるように、比較的小さい L に対しては互い違い型配列のほぼ規則的な渦列 (一次渦列) がみえるが、 L の増大とともに渦度分布は主に x 方向にひろがっていき、 $L/d = 68.5$ (図 1)、 71.1 (図 2) では、むしろ平行二重渦層に近い感じになっている。このような状態がカルマン渦列の崩壊に対応していると思われる。さらに大きい L ではよりスケールの大きい二次カルマン渦列の形成 (渦列の再配列) がみられる。

以下ではこのカルマン渦列の崩壊・再配列のメカニズムについて考えていく。まず、一次渦列や二次渦列の状態に対し

て、渦度分布 $\omega(x, y)$ から、下記の式により、各渦領域の中心位置 (x_c, y_c) を求めた。

$$x_c = \frac{\int_V x \omega(x, y) dx dy}{\int_V \omega(x, y) dx dy}, \quad y_c = \frac{\int_V y \omega(x, y) dx dy}{\int_V \omega(x, y) dx dy},$$

ここで、 V は $|\omega|$ があるしきい値以上であるような閉領域である。この x_c, y_c に基いて求めた渦列間隔比 h/a の x 依存性は図 3 のようになる。R 依存性はあまりなくて、 x の小さい間はこの値は Kármán の値 0.281 より小さい。その後 a はほとんど一定であるが、 h が増大して、 h/a が 0.5 付近まで達したあと渦列構造が明確でなくなってしまう。

一方、無限に長い互い違い型の渦糸系配置を考え、ある渦糸の近傍において残りの渦糸が誘起する速度場（渦糸系全体が動く速さを差し引いたもの）を求めると、第一近似では主軸が 45° の傾きをもった shearing motion となる。そして、図 4 に示したように、 h/a が 0.365 より大きいときと小さいときでは運動の向きが逆になる。この shearing motion による有限渦領域の変形と、自分自身の渦度による回転の効果を重ね合わせると、 $h/a > 0.365$ のときのみ平行二重渦層的な状態へ近づく可能性があることが予想される。（このような考察は以前に Durgin と Karlsson⁵⁾ によっても行なわれている。ま

た Tsuboi と Oshima⁶⁾ も 離 散 渦 糸 法 に よ り 上 の 考 察 と c o n s i s -
t e n t な 結 果 を 得 て い る 。) こ の 非 粘 性 で の 平 行 二 重 渦 層 へ の
移 行 の メ カ ニ ズ ム が 実 験 結 果 を ど れ ぐ ら い 説 明 で き る か を 調
べ る た め に 、 図 3 の (a) , (b) で 示 し た $R = 106$ に 対 す
る 2 つ の 画 面 で の 渦 度 分 布 (1 周 期 分) を 初 期 値 と し て 、 離
散 渦 糸 法 に よ り 渦 度 分 布 の 時 間 発 展 を 求 め た 。 そ の 結 果 が 、
図 5 (a) , (b) で あ り 、 $h/a > 0.365$ を み た す (b) で の
み 平 行 二 重 渦 層 に 近 い 状 態 が 達 成 さ れ て い る (τ は 適 当 な 単
位 で の 時 間 で あ る) 。 従 っ て 、 「 x と と も に h が 増 大 し て
 h/a が 0.365 を 越 え る と 、 渦 領 域 間 の 非 粘 性 相 互 作 用 に よ り 、
平 行 二 重 渦 層 の 状 態 へ 近 づ い て い く 」 と い う 描 像 が 考 え ら れ
る 。

次 に 、 2 次 渦 列 の 生 成 の 問 題 を 考 え る た め に 、 ま ず 、 各 画
面 に つ い て

$$\Omega(x) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, y) dy, \quad V_I(x) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} v(x, y) dy,$$

を 計 算 し た 。 こ こ で v は y 方 向 の 速 度 で あ る 。 $R = 140$ に 対
す る 図 6 か ら わ か る よ う に 、 $\Omega(x)$ も $V_I(x)$ も 、 1 次 渦 列 に
対 応 す る 大 振 幅 の 状 態 か ら 振 幅 の 小 さ い 状 態 (平 行 二 重 渦 層
に 対 応) を 経 て 、 (二 次 渦 列 に 対 応 す る) よ り 長 波 長 の 波 の
状 態 へ 移 る 。 こ の 二 次 渦 列 の 発 生 は 不 安 定 な 波 の 成 長 に 対 応

すると考えられるので、最も平行二重渦層の状態に近いときの平均速度分布に対する線形安定性理論と比較した。この速度分布はガウス分布

$$u = u_{\max} \exp[-\kappa^2 y^2]$$

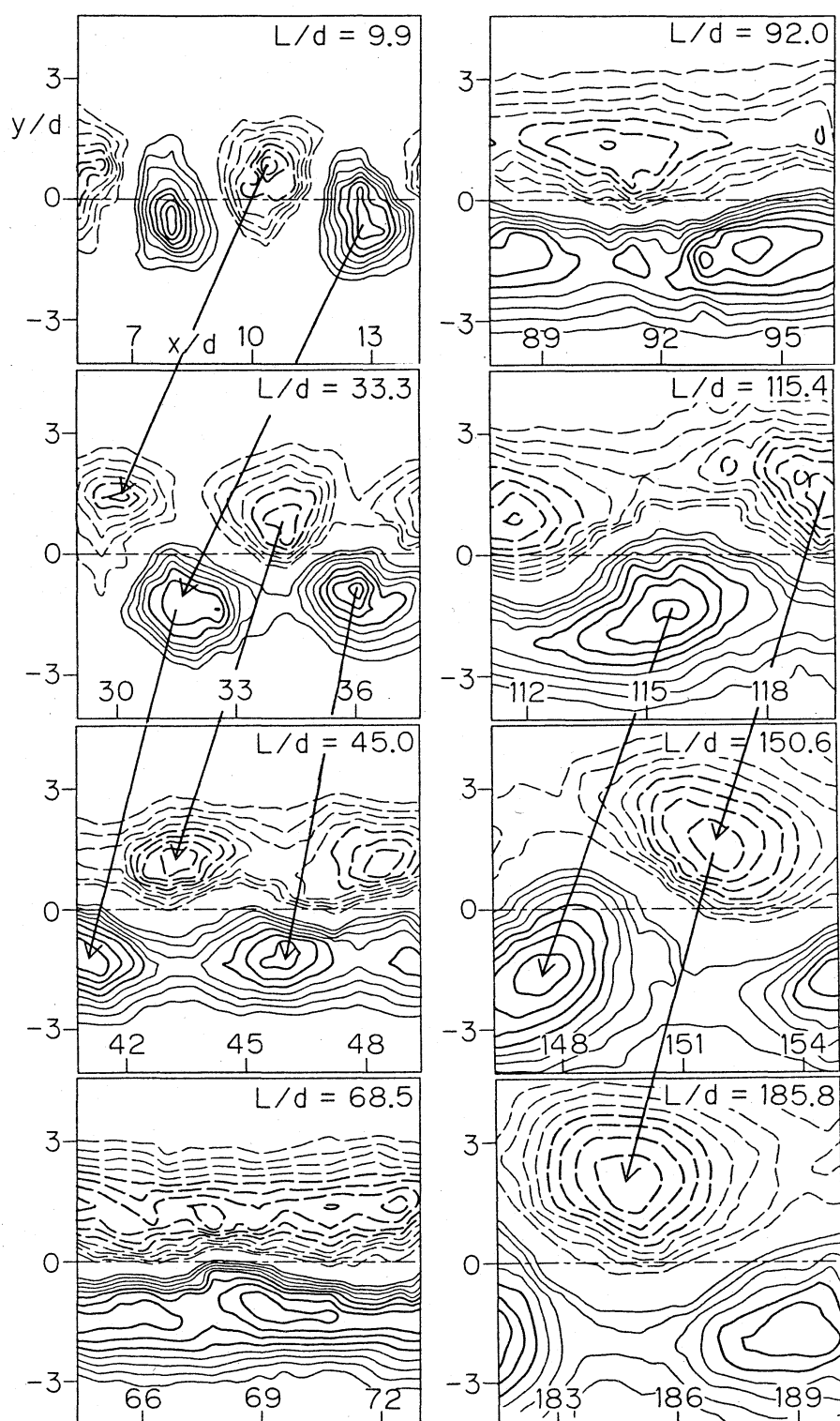
に大変近く、それから求めた局所レイノルズ数

$R_1 = u_{\max} / \nu \kappa$ は $R = 140, 106$ のときにそれぞれ 71, 54 であった。Orr-Sommerfeld 方程式を用いて Fujimura et al.⁷⁾ と同じ方法で安定性を計算した結果が図 7 である。ここで横軸は κ で無次元化したかく乱の波数、縦軸はかく乱の無次元成長率 ω_i である。(a) ($R = 140$), (b) ($R = 106$) のいずれの場合でも、1 次渦列に対応する波数 k_1 は負の成長率をもち、2 次渦列に対応する波数 k_2 は正の成長率をもつ、という意味では実験と合っているが、最も大きな成長率を与える k (k_{\max}) は k_2 よりかなり小さい。

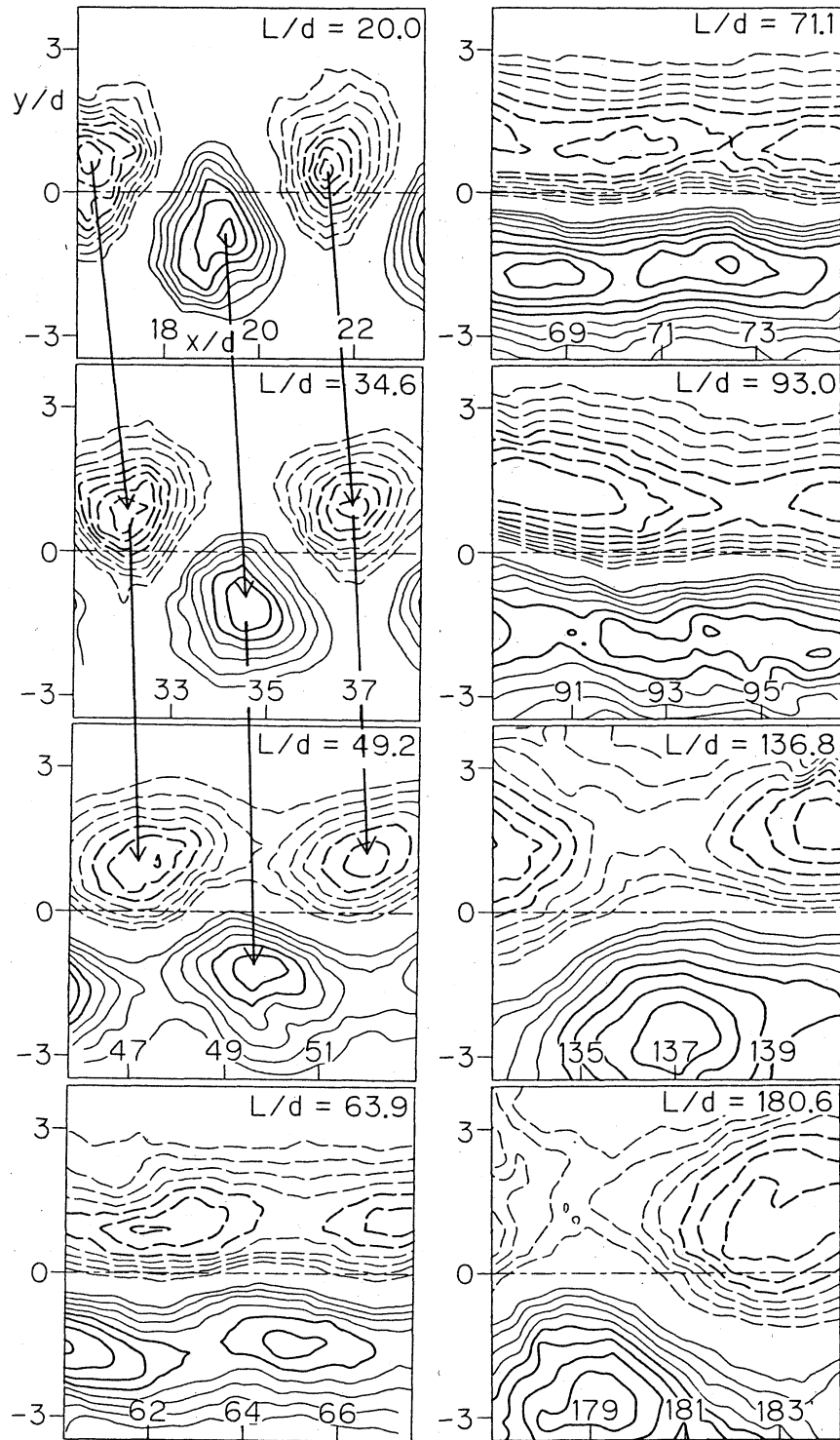
以上のように 2 次渦列発生の問題は、「 x に依存しない平行流に対するかく乱の時間的不安定」という仮定の下での計算結果とは定量的には合わない。この不一致は、実際の平均速度分布の x 依存性は無視できるほど小さくないこと、及び、実験での不安定がむしろ空間的不安定に近いと思われることなどによるとと思われる。

参 考 文 献

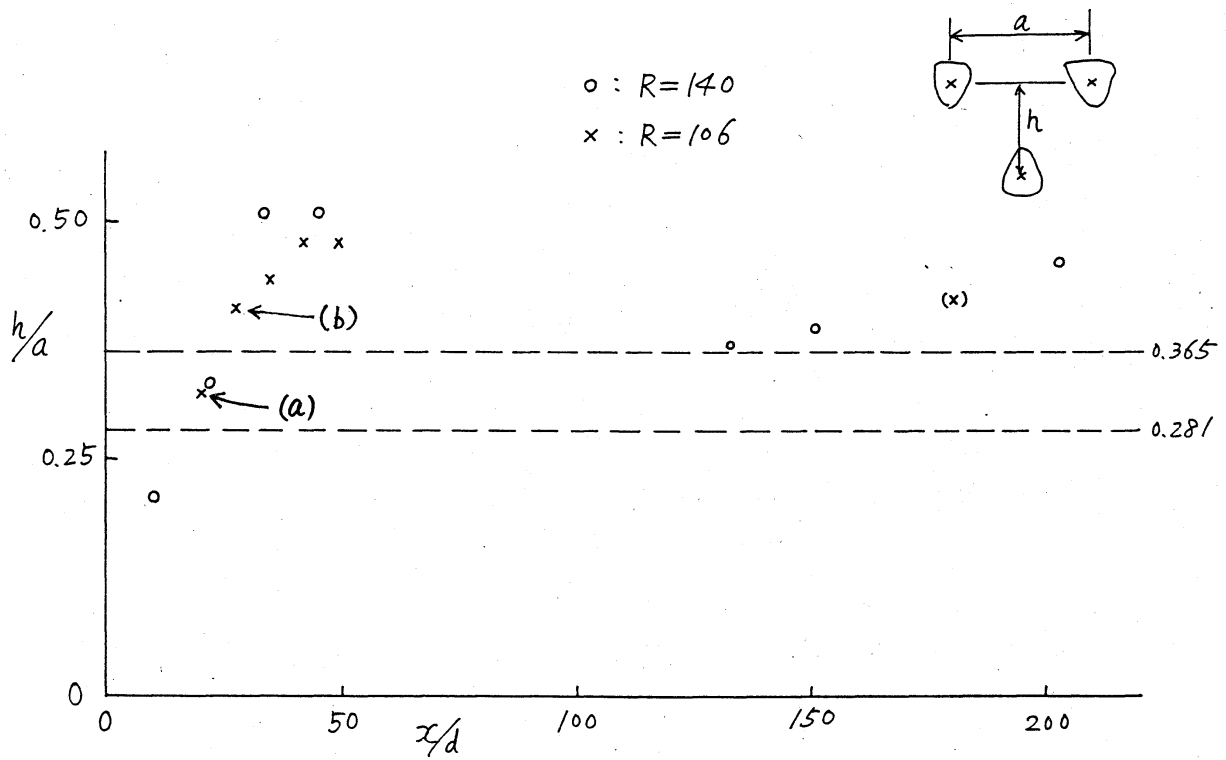
- 1) Roshko, A. NACA Report, No. 1191 (1954).
- 2) Taneda, S. J. Phys. Soc. Jpn. 14 (1959) 843.
- 3) 例 えば、Lamb, H. : "Hydrodynamics", Cambridge Univ. Press (1932) 228 を参照.
- 4) Karasudani, T., Funakoshi, M. & Oikawa, M.
J. Phys. Soc. Jpn. 58 (1989) 1497.
- 5) Durgin, W.W. & Karlsson, S.K.F.
J. Fluid Mech. 48 (1971) 507.
- 6) Tsuboi, K. & Oshima, Y. "Proc. Computational Fluid Dynamics, Tokyo, 1985" (ed. K. Oshima) 230.
- 7) Fujimura, K., Yanase, S. & Mizushima, J.
Fluid Dyn. Res. 4 (1988) 15.



1

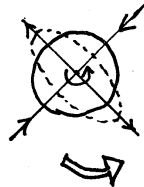
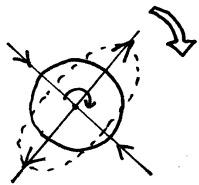


2

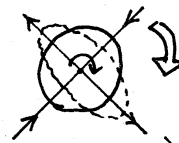


3

$$h/a > 0.365$$

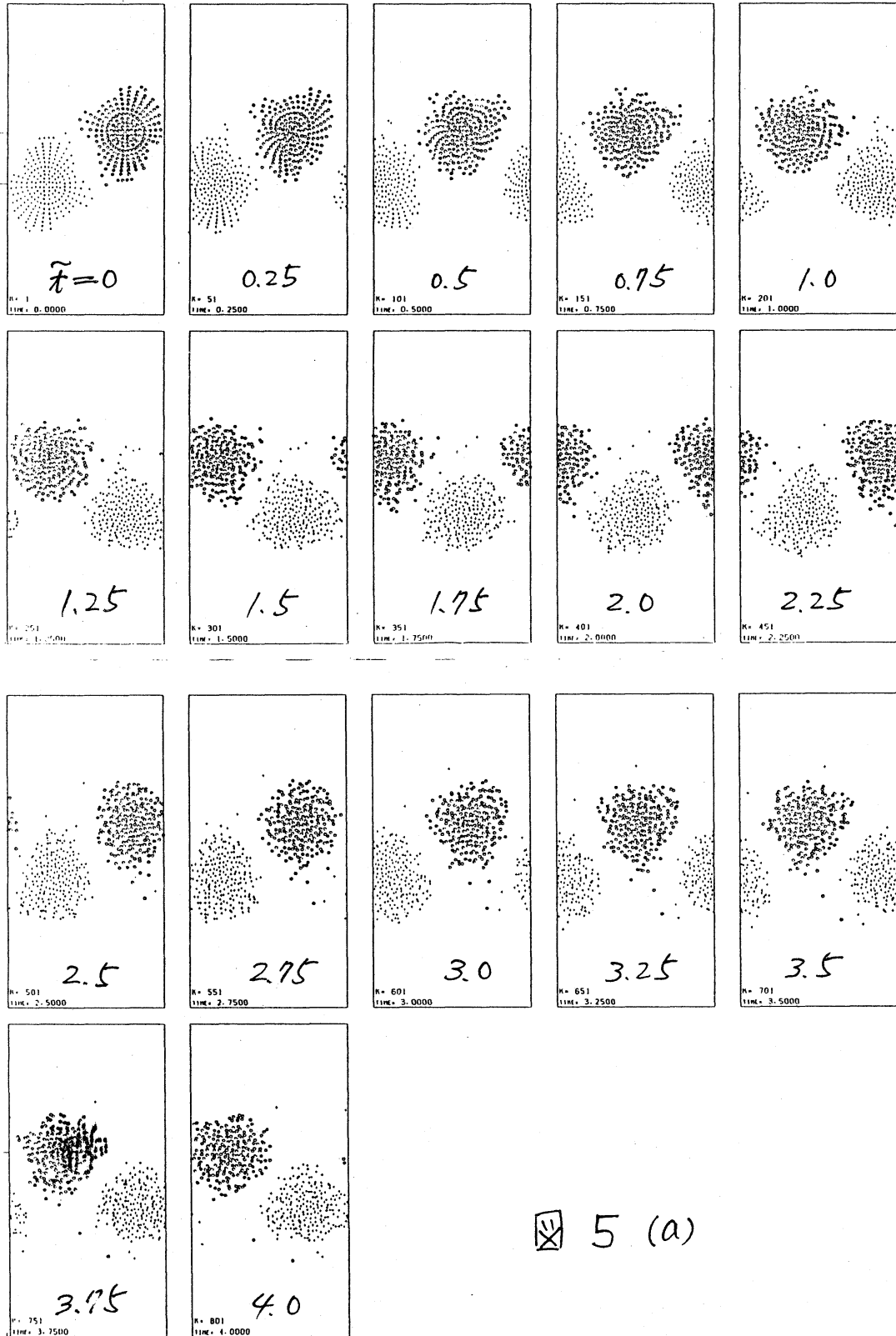


$$h/a < 0.365$$

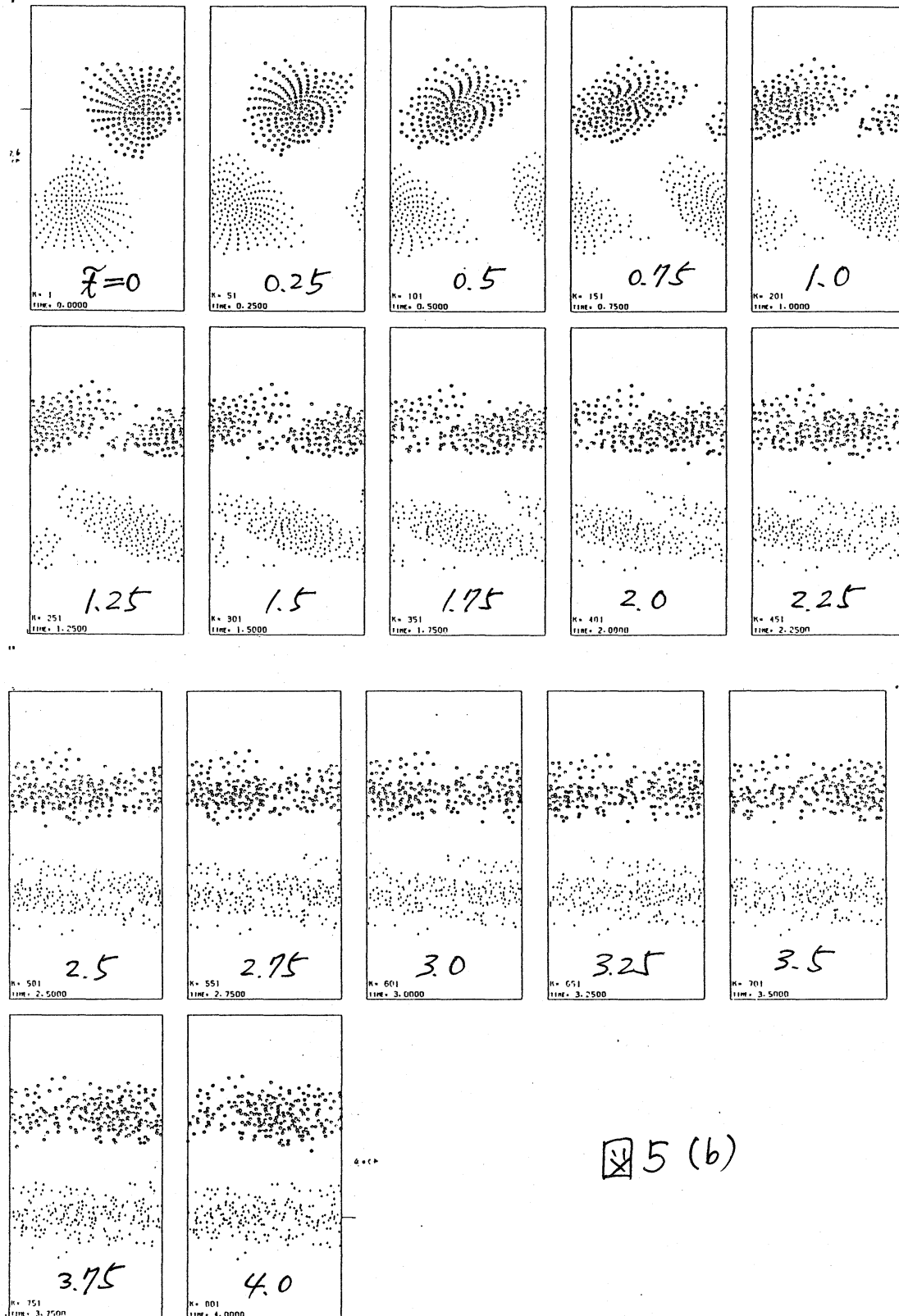


4

DVARG53 DT= 0.0050 KSTOP= 801 HH= 2.0 SCHEME=SP2



DVARG63 DT= 0.0050 KSTOP= 801 HII= 2.0 SCHEME=SP2



5 (b)

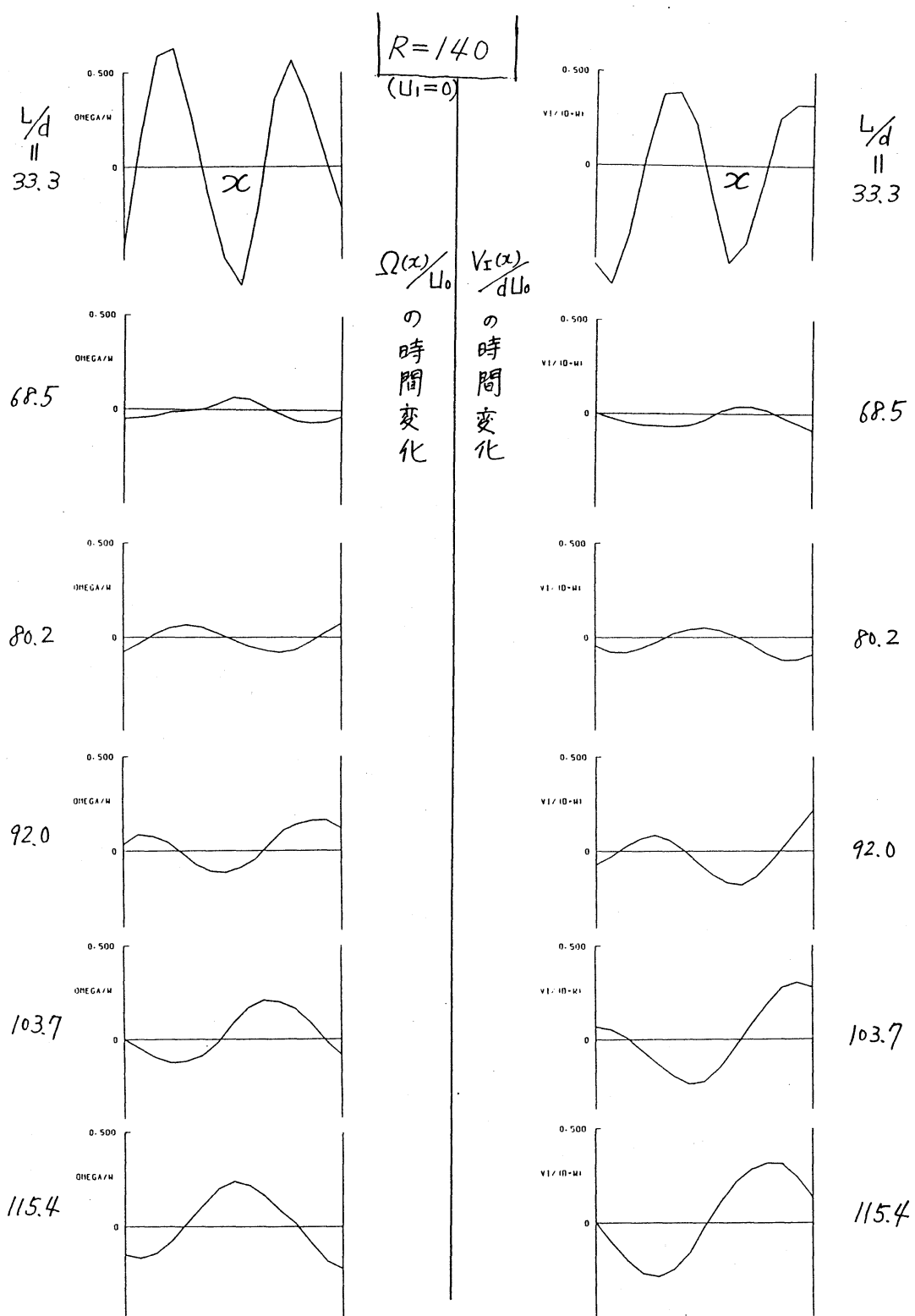


図 6

